

[解答]

$(p, q)$ の代わりに $(-p, -q)$ とおいても、与えられまたはた不等式は変わらず

$$0 < \left| \frac{p}{q} - \frac{2}{3} \right| < \frac{1}{q^2} \quad \dots\dots①$$

$q > 0$ 不等式の場合に帰着させて考えることができる. ①より

$$0 < q|3p - 2q| < 3 \quad \dots\dots②$$

$p, q$ が整数だから、②より

$$q|3p - 2q| = 1 \text{ または } 2 \quad \dots\dots③$$

即ち

$$q = 1 \text{ かつ } 3p - 2q = \pm 1 \quad \dots\dots④$$

$$q = 1 \text{ かつ } 3p - 2q = \pm 2 \quad \dots\dots⑤$$

$$q = 2 \text{ かつ } 3p - 2q = \pm 1 \quad \dots\dots⑥$$

④、⑤、⑥より $p$ の整数値はそれぞれ

$p = 1, 0, 1$ である. 以上より

$(1, 1), (0, 1), (1, 2), (-1, -1), (0, -1), (-1, -2)$